نيابة شيشاوة
ثانوية ابن الهيثم
امنتانوت

فرض منزلي رقم 2
الدورة الأولى

المستوى : 2 ب.ع.ر
موسم : 2010/2009
المادة : الرياضيات

تمرين 1:

لتكن f دالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث $\lambda \in \mathbb{R}; f'(x) = f(\lambda x)$

بين أن f قابلة للإشتقاق إلى الرتبة p على $\mathbb{R}$ ، و أن :

$$f^{(p)}(x) = \lambda^{\frac{p(p-1)}{2}} f(\lambda^p x)$$

تمرين 2:

لتكن f دالة قابلة للإشتقاق على مجال $[a;b]$.

و x_1 و x_2 و x_3 أعداد حقيقية تحقق : $a \le x_1 \prec x_2 \prec x_3 \le b$

و $\forall i \in \{1;2;3\};\ f(x_i) = 0$ بين أن :

$$\forall x \in]a;b[; \exists c \in]a;b[/ f(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)\frac{f'''(x)}{3!}$$

تمرين 3:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي :

$$g(x) = \sqrt[3]{x} - \sin\left(\sqrt[3]{x}\right)$$

1) بين أن :

$$\forall t \in \mathbb{R}^{+*}; \exists c_t \in]0;t^3[/ t - \sin(t) = \frac{1}{3}t^3\left(\frac{1-\cos\left(\sqrt[3]{c_t}\right)}{\sqrt[3]{c_t^{\,2}}}\right)$$

2) استنتج حساب النهاية التالية : $\lim\limits_{t \to 0^+} \frac{t - \sin(t)}{t^3}$

مسألة:

A-1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x + \sqrt{|x^2 - 1|} = 0$

2) حل في $[1;+\infty[$ المعادلة : $x + \sqrt{x^2 - 1} = 2x$

B- لتكن : $f(x) = x + \sqrt{|x^2 - 1|}$

1) حدد المجالات التي تقبل فيها الدالة f الإشتقاق .

2) ادرس تغيرات f على هذه المجالات .

3) ادرس الفروع اللانهائية ل (C_f) ثم أنشئ (C_f) .

4) لتكن $g = f/_{[1;+\infty[}$ ، بين أن g تقابل .

حدد صيغة $g^{-1}(x)$ ثم أنشئ $(C_{g^{-1}})$.

C- لتكن $h(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$

1) بين أن : $\forall x \succ 0; Arc\tan(x) + Arc\tan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$

2) لتكن $\Phi(x) = Arc\tan(h(x))$

أ- بين أن : $\left(\forall x \in [1;+\infty[\right); \left(\Phi(x) - \Phi(-x) = \frac{\pi}{2}\right)$

ب- أحسب : $\lim\limits_{|x| \to +\infty} \Phi(x)$

ج- كيف يستنتج $(C_f)/_{]-\infty;-1]}$ من $(C_f)/_{[1;+\infty[}$.

3) أ- أحسب $\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{\Phi(x) - \Phi(1)}{x - 1}$ ، ماذا تستنتج ؟

(يمكن وضع : $t = \Phi(x) - \Phi(1)$

و استعمال : $\sin(2\alpha) = \frac{2\tan(\alpha)}{1 + \tan^2(\alpha)}$).

ب- استنتج $\lim\limits_{x \to (-1)^-} \frac{\Phi(x) - \Phi(-1)}{x + 1}$

ج- حدد المماسين للمنحنى (C_f) في النقطتين $A(1;\Phi(1))$

و $B(-1;\Phi(-1))$.

4) أدرس تغيرات Φ ثم أنشئ (C_Φ) .

5) لتكن $\psi = \Phi/_{[1;+\infty[}$

بين أن ψ تقابل ، ثم أنشئ $(C_{\psi^{-1}})$.